

2025年度

東大・国立選抜（iPclass(東大専科)）試験

数学

時間50分・100点満点

受験上の注意

1. 解答用紙には、受験番号・氏名を記入すること。
2. 解答は、解答用紙の所定のところに記入すること。
記入方法を誤ると得点にならない。
3. 定規、コンパス、分度器、電卓などの道具の使用は一切認めない。
4. 試験終了の合図とともに、解答用紙・問題用紙とも回収される。

郁文館高等学校

1 次の問いに答えよ。

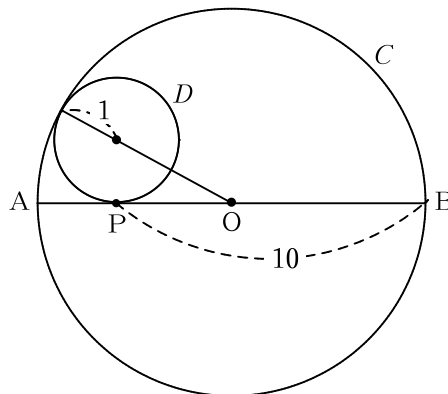
(1) $(x - y)^2 - 3(x - y) - 18$ を因数分解せよ。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} a + b = 6 \\ ab = 5 \end{cases}$ を解け。ただし、 $a > b$ とする。

(3) 大小 2 つのさいころを投げるとき、目の和が 3 の倍数になる確率を求めよ。

(4) 重さが 2025 g の物体 A と重さが 211 g の物体 B がある。2 つの物体 A, B を上皿天びんの両側にそれぞれのせたところ、上皿天びんは物体 A をのせている方に傾いた。そこで、重さが 1 g, 3 g, 3^2 g, 3^3 g, \dots の分銅を、物体 B をのせている上皿天びんにのせて釣り合うように調整すると、分銅は最小で何個必要か。ただし、それぞれの重さの分銅はたくさんあるものとする。

(5) 図のように、半径 1 の円 D が点 O を中心とする円 C の内側で接している。また、円 D は円 C の直径 AB とも接しており、接点を P とする。ただし、点 P は A のほうに近いとする。 $PB = 10$ のとき、円 C の半径を求めよ。



- 2 太郎さんの家では、夏に冷房をつけたときに室外機から流れ出る排水を使って植物に水やりをする。水やりに必要な水の量は1日10Lで、室外機の排水だけでは足りないが、ある程度の量はまかなうことができる。そこで、太郎さんは冷房の設定温度と1時間あたりの排水量の関係について調べ、【表1】のようにまとめた。

【表1】

設定温度	24℃	25℃	26℃	27℃	28℃
排水量 (mL)	650	600	550	500	450

また、東京都のホームページによると1Lあたりの水道代は0.24円になることがわかった。さらに、ある電力会社のホームページを参考にすると、冷房の1時間あたりの電気代が【表2】のようになることもわかった。

【表2】

設定温度	24℃	25℃	26℃	27℃	28℃
電気代 (円)	25.3	22.4	19.8	17.5	15.5

このとき、次の問いに答えよ。ただし、冷房は1日8時間稼働するものとする。

- (1) 冷房の設定温度を25℃にして1日使用したときにかかる支出額を求めよ。ただし、この問いにおける支出額とは、「電気代」と水やりを使用する「水道代」をあわせた金額のことである。答えは小数点以下を四捨五入して、整数で答えよ。
- (2) 太郎さんが冷房の設定温度を28℃にしたところ、少し暑さを感じていた。そこで、1本100円(税込)の500mLペットボトルの水を購入し、1時間につき100mLずつ飲むことにした。この状況で1日(8時間)過ごしたときの支出額を求めよ。ただし、この問いにおける支出額とは、「電気代」と水やりを使用する「水道代」をあわせた金額に500mLペットボトルの購入金額も加えた金額のことである。答えは小数点以下を四捨五入して、整数で答えよ。

3 A, B, C, D, E の 5 チームが総当たり戦を行う。2 つのチームが対戦をするとき, どのチームも勝つ確率は $\frac{1}{2}$ である。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 次の ~ に当てはまる数を求めよ。

・全勝するチームが現れる確率 P を考える。

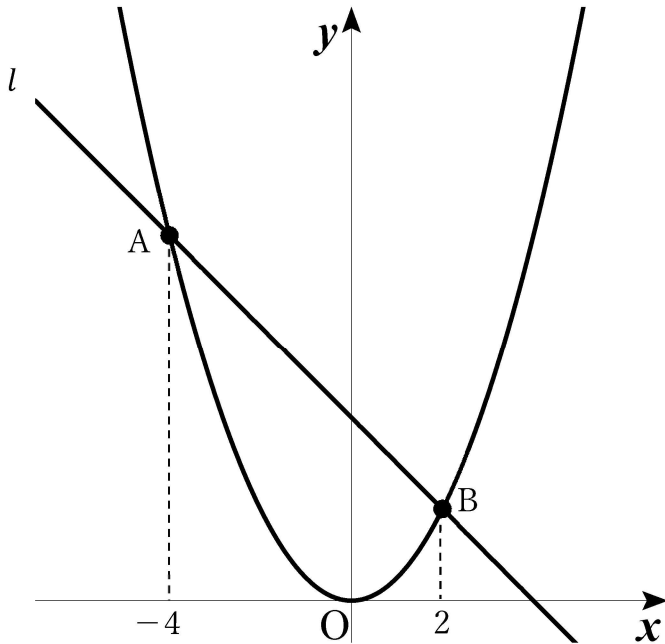
総当たり戦で, 全勝するチームは チーム現れる。例えば, A が全勝する確率が であるから, 5 チームで総当たり戦を行ったときに全勝するチームが現れる確率 P は である。

・全勝と全敗の成績を残すチームがともに現れる確率 Q を考える。

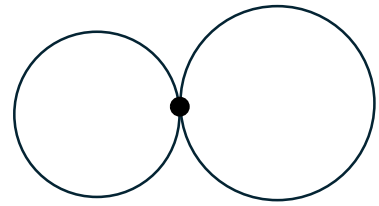
5 チームのうち, 全勝するチームと全敗するチームの組み合わせが 通りあるので, 求める確率 Q は である。

(2) (1) より, 全勝するチームまたは全敗するチームが現れる確率を求めよ。

- 4 【図1】のように、放物線 $y=ax^2$ が直線 l と 2 点 $A(-4, 8)$, $B(2, 2)$ で交わっている。このとき、次の問いに答えよ。



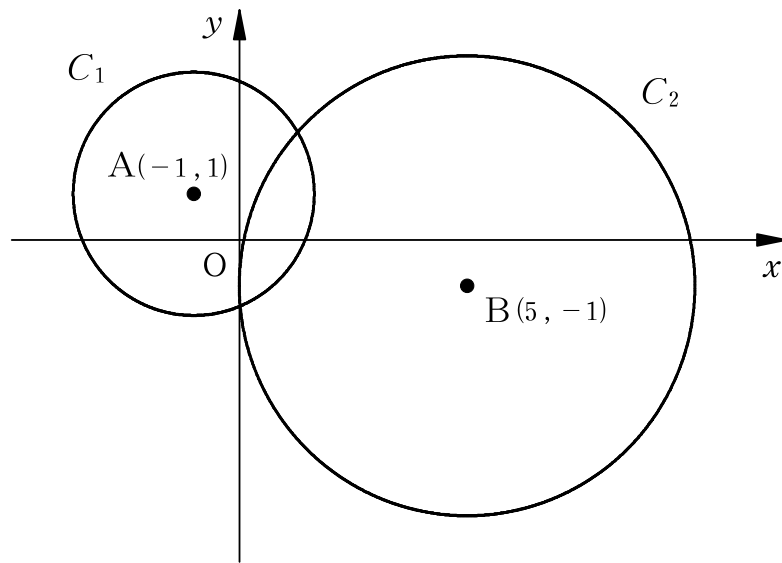
【図 1】



【図 2】

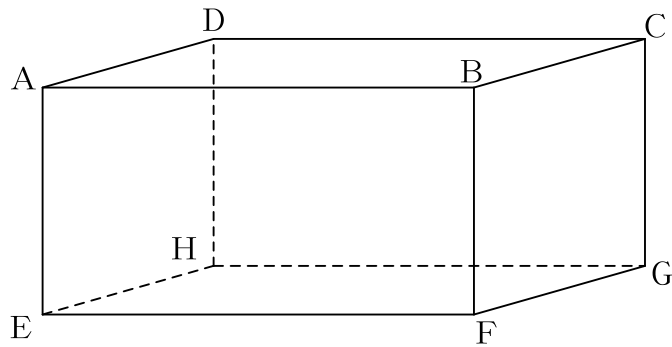
- (1) a の値を求めよ。
- (2) 線分 AB を対角線とする四角形 $ACBD$ を考える。ただし、どの辺も x 軸もしくは y 軸と平行とする。また、 y 軸上に点 P をとると $\triangle ABP$ の面積が四角形 $ACBD$ の面積の $\frac{1}{2}$ 倍となった。点 P の y 座標が正のとき、点 P の座標を求めよ。
- (3) 点 A を中心とする円と点 B を中心とする円が外接している。また、点 B を中心とする円が x 軸にも接しているとき、点 A を中心とする円の面積を求めよ。ただし、2 つの円が外接するとは、【図2】のように 2 つの円が接することを表す。
- (4) 直線 l と x 軸との交点を Q とするとき、 $\triangle OAQ$ を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

- 5 座標平面において、中心 $A(-1, 1)$ 、半径 $\sqrt{15}$ の円 C_1 と、中心 $B(5, -1)$ 、半径 5 の円 C_2 がある。また、2 つの円の交点を P, Q とする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) AB の長さを求めよ。
- (2) 四角形 $APBQ$ の面積を求めよ。
- (3) 直線 AB と直線 PQ の交点を R とする。このとき、 PR の長さを求めよ。
- (4) 直線 BP と円 C_2 との交点のうち、点 P でない方を S とする。このとき、 QS の長さを求めよ。

- 6 図のような直方体 $ABCD-EFGH$ があり, 点 B, D, E, G を頂点とする四面体 $BDEG$ をつくる。 $BD=9, BE=8, DE=7$ であるとき, 次の問いに答えよ。



(1) AB, AD, AE の長さを求めよ。

(2) 四面体 $BDEG$ の体積を求めよ。

(3) 四面体 $BDEG$ の表面積を求めよ。

受 験 番 号		氏 名	
------------	--	-----	--

(数学) 解 答 用 紙

1	(1)	(2) $a =$, $b =$
	(3)	(4) 個
	(5)	
2	(1) 円	(2) 円
3	(1) <input type="checkbox"/> ア <input type="checkbox"/> イ <input type="checkbox"/> ウ	
	<input type="checkbox"/> エ <input type="checkbox"/> オ	(2)
4	(1) $a =$	(2) $P($, $)$
	(3)	(4)
5	(1) $AB =$	(2)
	(3) $PR =$	(4) $QS =$
6	(1) $AB =$ $AD =$ $AE =$	
	(2)	(3)